Opleiding: Middenkaderfunctionaris Bouw en Infra

Leerweg: BOL Niveau 4

Wiskunde 2-1

Opdrachten

Lineaire functies_Hellingsgetal met uitwerking

Te behalen cijfers = NVT

Naam: ______________________

Klas: ______________________

Datum: ______________________

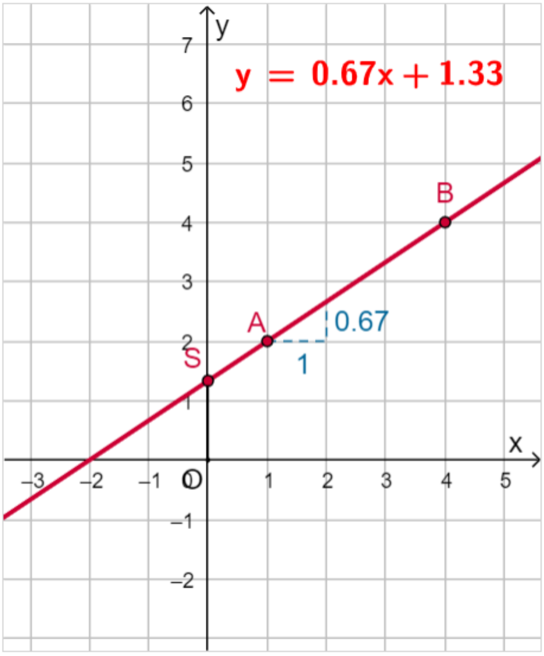
Lineaire functies_ Hellingsgetal

Theorie

De algemene formule voor een lineair verband is $y = a \cdot x + b$ met a en b willekeurige reële getallen.

Het **hellingsgetal**, of de **richtingscoëfficiënt**, geeft aan hoeveel de y -waarde stijgt of daalt als de x -waarde met 1 toeneemt. Dit getal is in de algemene formule de a , de coëfficiënt van x .

- Als $a > 0$ dan is de lijn stijgend, als $a < 0$ dan is de lijn dalend.
- Als $a = 0$ dan is de lijn horizontaal, evenwijdig aan de x -as.
- Een verticale lijn heeft geen hellingsgetal.
- Twee **evenwijdige lijnen** hebben hetzelfde hellingsgetal.



Zijn van een lineaire grafiek alleen twee punten bekend, dan kun je zelf een bijpassende formule opstellen. Je bepaalt dan eerst het hellingsgetal van de lijn door beide punten door te berekenen hoeveel de y -waarde toeneemt als de x -waarde met 1 toeneemt. (Dit kan alleen bij lijnen die niet verticaal lopen.)

Experimenteer met de applet. De punten A en B kun je verplaatsen. Je moet dan alleen vanuit de coördinaten van die punten de formule van de lijn door beide punten kunnen maken. Zet je de punten recht boven elkaar, dan zie je dat ook GeoGebra geen formule van de vorm $y = a \cdot x + b$ kan maken...

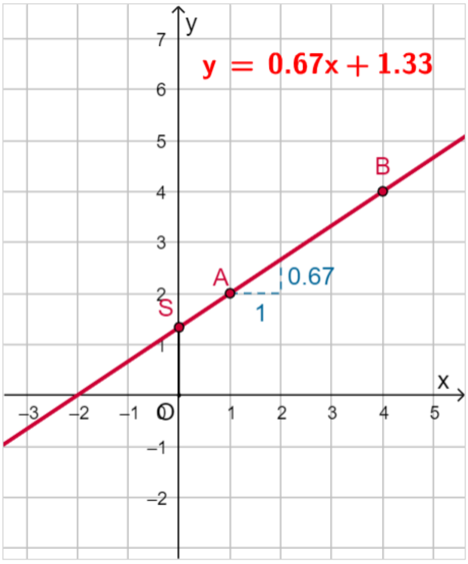
Voorbeeld 1

Stel een vergelijking (formule) op bij de lijn door de punten $A(1, 2)$ en $B(4, 4)$.

De vergelijking heeft de vorm $y = a \cdot x + b$ waarin a het hellingsgetal is. Dit getal vind je door te bepalen hoeveel y toeneemt bij een toename van x met 1 . Dat kun je zo doen:

- Tussen de punten A en B neemt x toe met $4 - 1 = 3$.
- Tussen de punten A en B neemt y toe met $4 - 2 = 2$.
- Als x met 1 toeneemt, neemt y toe met $\frac{2}{3}$.

Nu je weet dat het hellingsgetal $a = \frac{2}{3}$, wordt je formule $y = \frac{2}{3}x + b$. De juiste waarde van b bepaal je door de coördinaten van één van beide gegeven punten in de vergelijking in te vullen.



Ga na, dat je dezelfde vergelijking krijgt als in de applet. (Maar nu exact in breuken!)

Opgave 1: Bekijk voorbeeld 1

a Stel zelf de vergelijking op van de lijn door de punten $A(1, 2)$ en $B(4, 4)$ zonder het antwoord bij het voorbeeld te bekijken.

b Stel een vergelijking op van de lijn door $A(1, 2)$ en $B(5, 7)$.

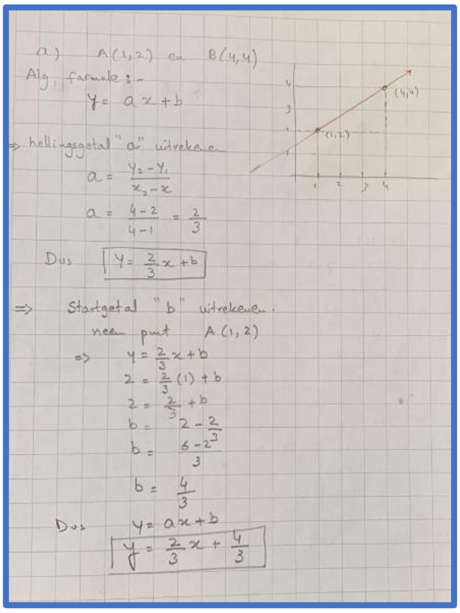
c Stel een vergelijking op van de lijn door $A(\text{-}2, 6)$ en $B(1, 0)$.

d Stel een vergelijking op van de lijn door $A(\text{-}2, 6)$ en $B(4, 3)$.

e Stel een vergelijking op van de lijn door $A(\text{-}3, \text{-}3)$ en $B(4, 1)$.

f Stel een vergelijking op van de lijn door $A(2, 0)$ en $B(0, 3)$.

Oplossing:



a) $A(1,2)$ en $B(4,4)$

Alg. formule :-

$y = ax + b$

⇒ hellingsgetal "a" uitrekenen

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x}$

$a = \frac{4-2}{4-1} = \frac{2}{3}$

Dus $\boxed{y = \frac{2}{3}x + b}$

⇒ Startgetal "b" uitrekenen.

neem punt $A(1,2)$

⇒ $y = \frac{2}{3}x + b$

$2 = \frac{2}{3}(1) + b$

$2 = \frac{2}{3} + b$

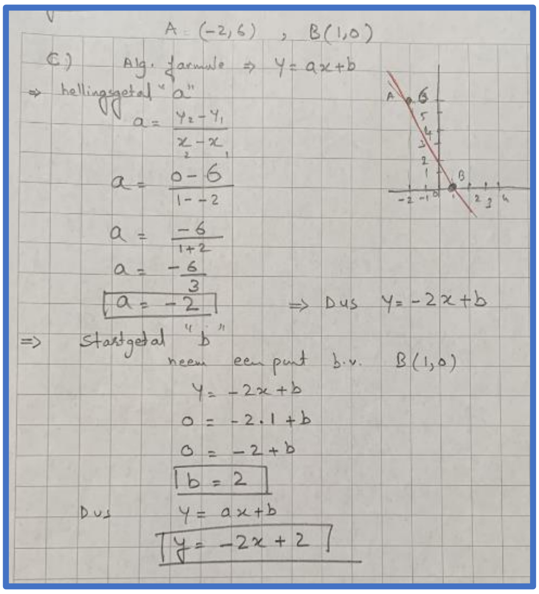
$b = 2 - \frac{2}{3}$

$b = \frac{6-2}{3}$

$b = \frac{4}{3}$

Dus $y = ax + b$

$\boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}}$



$A\ (-2,6)$, $B(1,0)$

c) Alg. formule ⇒ $y = ax + b$

⇒ hellingsgetal "a"

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \frac{0-6}{1--2}$

$a = \frac{-6}{1+2}$

$a = -\frac{6}{3}$

$\boxed{a = -2}$ ⇒ Dus $y = -2x + b$

⇒ Startgetal "b"

neem een punt b.v. $B(1,0)$

$y = -2x + b$

$0 = -2 \cdot 1 + b$

$0 = -2 + b$

$\boxed{b = 2}$

Dus $y = ax + b$

$\boxed{y = -2x + 2}$

b Je vindt $y = 1{,}25x + 0{,}75$.

c Je vindt $y = \text{-}2x + 2$.

d Je vindt $y = \text{-}0{,}5x + 5$.

e Je vindt $y = \frac{4}{7}x - 1\frac{2}{7}$.

f Je vindt $y = \text{-}1{,}5x + 3$.

Opgave 2

Bij een lineaire functie hoort bij $x = \text{-}3$ de uitkomst $\text{-}40$ en bij $x = 2$ de uitkomst 10 .

Stel de bijbehorende formule op.

Oplossing:

Het hellingsgetal is $a = \frac{10 - \text{-}40}{2 - \text{-}3} = 10$, dus de formule heeft de vorm $y = 10x + b$.

Vul nu de coördinaten van (bijvoorbeeld) punt $(2, 10)$ in en je vindt $b = \text{-}10$.

De gezochte formule wordt $y = 10x - 10$.

Opgave 2

De twee punten zijn A $(-3, -40)$

B $(2, 10)$

Algemene formule $\Rightarrow$ $y = ax + b$

$\Rightarrow$ hellingsgetal "a"

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \frac{10 - -40}{2 - -3} = \frac{50}{5} \Rightarrow 10$

$\boxed{a = 10}$

Dus $y = 10x + b$.

$\Rightarrow$ start getal "b"

neem een punt b.v. B $(2, 10)$

$y = 10x + b$

$10 = 10.2 + b$

$10 = 20 + b$

$b = 10 - 20$

$\boxed{b = -10}$

Dus formule is

$y = ax + b$

$\boxed{y = 10x - 10}$

Opgave 3

De Chinese munteenheid is de yuan. Je weet wel dat er iets meer dan acht yuan in een euro gaan, maar de precieze koers schommelt nogal. Bovendien rekent een bank in China als je euro's inwisselt voor yuan waarschijnlijk nog bepaalde omrekenkosten. Op zekere dag betaal je in Beijing voor 100 yuan € 85,00 en later betaal je voor 50 yuan € 43,75. Ga er van uit dat de wisselkoers niet is veranderd intussen.

a Hoeveel euro kost elke yuan?

b Hoeveel bankkosten betaal je elke keer als je yuan koopt?

Het bedrag E in euro dat je betaalt voor Y yuan kun je met een lineaire formule berekenen. Ga uit van een constante wisselkoers.

c Stel die formule op.

d Hoeveel kosten je 250,00 yuan?

Oplossing:

a $\frac{85 - 43{,}75}{100 - 50} = 0{,}825$

b € 2,50

c $E = 0{,}825Y + 2{,}50$

d $250 \cdot 0{,}825 + 2{,}50 = 208{,}75$ euro.

Opgave 4

Stel in de volgende gevallen een formule op bij de beschreven lijn.

a De lijn heeft een hellingsgetal van 4 en gaat door het punt $(0, 6)$.

b De lijn gaat door de punten $A(0, 31)$ en $B(2, 15)$.

c De lijn gaat door de punten $A(6, 2)$ en $B(12, \text{-}1)$.

d De lijn gaat door de punten $A(0, 10)$ en $B(7, 0)$.

Oplossing:

a $y = 4x + 6$

b $y = \text{-}8x + 31$

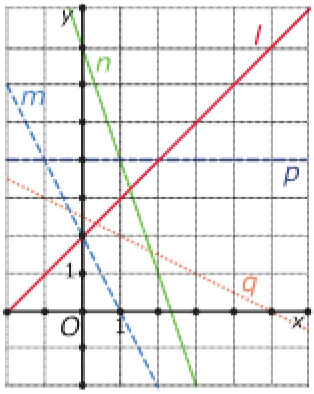
c $y = \text{-}0{,}5x + 5$

d $y = \text{-}\frac{10}{7}x + 10$

Opgave 5

Bekijk de rechte lijnen in de grafiek. Elke rechte lijn is de grafiek van een lineaire functie.

Geef de bijbehorende formules.



Oplossing:

Zoek op elke lijn twee punten waarvan de x -waarden 1 verschillen. Je kunt dan het hellingsgetal aflezen door vast te stellen hoeveel hun y -waarden verschillen.

$l: y = x + 2$

$m: y = \text{-}2x + 2$

$n: y = \text{-}3x + 7$

$p: y = 4$

$q: y = \text{-}0{,}5x + 2{,}5$

Opgave 6

De tabel laat zien hoe een kaars opbrandt. Op een aantal tijdstippen is de lengte van de kaars gemeten in halve cm nauwkeurig. Teken je hierbij een grafiek dan lijken de punten op een rechte lijn te liggen. Het lijkt er daarom op dat L een lineaire functie is van t . Maar hoe weet je dat zeker?

tijdstip t in uur	0	3	5	9
lengte L in cm	43	$38{,}5$	$35{,}5$	$29{,}5$

a Neem aan dat L een lineaire functie is van t en stel met behulp van de eerste twee gegevens uit de tabel een daarbij passende formule op.

b Ga na, dat ook de andere twee gegevens in de tabel aan de gevonden formule voldoen.

c Waarom kun je nu wel zeggen dat de gegevens in de tabel bij een lineaire functie horen, maar kun je nog steeds niet zeggen dat L een lineaire functie is van t ?

Oplossing:

a Je vindt $L = \text{-}1{,}5t + 43$.

b Substitueer zowel $t = 5$ en $L = 35{,}5$ als $t = 9$ en $L = 25{,}5$ in de formule. In beide gevallen krijg je ware uitdrukkingen.

c Omdat je geen andere gegevens hebt weet je niet zeker wat er verder tussentijds gebeurt. En dus ook niet of de kaars voortdurend gelijkmatig opbrandt.

Voorbeeld 2

Een lijn k gaat door het punt $(1, 20)$ en loopt evenwijdig met de lijn l . Bij lijn l hoort de formule $y = 2x + 1$. Welke formule hoort bij lijn k ?

Omdat de lijnen l en k evenwijdig zijn, hebben ze dezelfde richtingscoëfficiënt. De formule bij lijn k heeft dus de vorm $y = 2x + b$.

De juiste waarde van b bepaal je door de coördinaten van het gegeven punt van k in de vergelijking in te vullen: $20 = 2 \cdot 1 + b$ geeft $b = 18$.

De gevraagde formule is $y = 2x + 18$.

Opgave 7

Lijn k gaat door het punt $(2, 24)$ en is evenwijdig met de lijn l . Bij lijn l hoort de formule $y = \text{-}x$.

Welke formule hoort bij lijn k ?

Oplossing:

De formule bij lijn k heeft de vorm $y = \text{-}x + b$. Coördinaten van het punt waar k doorheen gaat invullen geeft $24 = \text{-}2 + b$, dus $b = 26$.

De gevraagde formule is $y = \text{-}x + 26$.

Opgave 8

Lijn k gaat door het punt $(-3, 20)$ en is evenwijdig met de lijn l door de punten $(4, 5)$ en $(12, 15)$.

Welke formule hoort bij lijn k ?

Oplossing:

Het hellingsgetal van lijn l is $a = \dfrac{15 - 5}{12 - 4} = 1{,}25$.

Lijn k heeft dezelfde richtingscoëfficiënt, dus de formule bij lijn k heeft de vorm $y = 1{,}25x + b$.
Coördinaten van het punt waar k doorheen gaat invullen geeft $20 = 1{,}25 \cdot -3 + b$, dus $b = 23{,}75$.

De gevraagde formule is $y = 1{,}25x + 23{,}75$.